

1. Úvod

Studie má ukázat, jak matematické metody mohou přispět ke konkrétnímu vyjádření sociologických a sociálních problémů. Může být také ukázkou, jak výsledky plynoucí z použití matematických metod mohou upozornit na to, že v literatuře navržený matematický postup řešení je třeba upřesnit a upravit.

Sociální otázky jsou nejen otázkami pracovního uplatnění a výdělku; jsou také otázkami pracovního uplatnění při omezené pracovní schopnosti a náhrady ztráty výdělečné schopnosti dávkami nemocenského a důchodového zabezpečení. Nejsou proto jen otázkami ekonomickými, otázkami optimálního poměru mezi náklady a výnosy, ale i otázkami humanitními. To znamená, že sociální otázky je třeba řešit nejen z hlediska ekonomického, ale i jiných aspektů sociálního života, tedy pod celkovým zorným úhlem sociologickým.

Potřebu takového řešení ukazuje i článek A. Hegedüse v č. 4 Sociologického časopisu, který pojednává o optimalizaci, humanizaci a modernizaci metody řízení. Abychom ukázali, že problémy, které se zdánlivě dají těžko matematicky modelovat, jsou někdy k modelování vhodné, citujeme z článku pro další úvahy: „Při zkoumání efektivnosti soustavy řízení a analýze každého názoru na její zavedení nebo zdokonalení nutně vzniká otázka, jaké máme klást požadavky na soustavu řízení . . . (něco docela jiného je matematicky přesné vyjádření efektivnosti na základě statistických ukazatelů, avšak i zde je pro cílevědomé řešení nutné objasnit si teoretická východiska . . .)“ (str. 393). „Ona dvě kritéria, která jsou hlavní tezí této studie — úsilí o optimalizaci rozhodnutí a humanizaci řízení, spolu velmi úzce souvisí, avšak není mezi nimi vyloučen konflikt, přinejmenším dočasný . . . porušení rovnováhy je vždycky škodlivé . . .“ (str. 405). Jinak odkazujeme čtenáře na článek A. Hegedüse, který ovšem nevylučuje možnost humanizační funkce moderního pracovního procesu a neodmítá zásadně používání matematických metod,

i když jich v citovaném článku při řešení otázky poměru optimalizace a humanizace pracovního procesu nepoužívá.

Studie je proto především zaměřena na formulaci matematického modelu v sociologii a sociální péči. Strukturální analýza činnosti „chráněné dílny“ zaměstnávající osoby se změněnou pracovní schopností, kde pracovní proces má funkci nejen ekonomickou, ale i humanizační, má být příkladem přesnějšího řešení poměru ekonomické optimalizace a humanizace pracovního procesu právě použitím matematických metod. Při řešení problému byl použit algoritmus navržený v *Příspěvku k měření intenzity vztahů ve strukturálních matricích* od V. Strnada uveřejněný v čísle 1 Ekonomickomatematického obzoru. Algoritmus musel být upraven a zpřesněn. Po konzultaci a v dohodě s autorem jej uvádíme v další části studie. Aby úprava algoritmu byla srozumitelnější a názornější, byla rovněž upravena numerická náplň matematického modelu, aby jeho propoččet byl i pro čtenáře těchto úvah usnadněn.

2. Sociologický model

Sociologický model je formulován na základě této skutečnosti: U nás, právě tak jako v jiných společnostech, stoupá počet mladých i dospělých osob se sníženou pracovní schopností. Takové osoby mohou pracovat mnohdy jen za zcela mimořádných podmínek, například v „chráněných dílnách“. Předpisy sociálního zabezpečení pak připouštějí, aby soustavně pracovaly v takových chráněných dílnách bez újmy na nárocích z důchodového zabezpečení. Příčinou vzrůstu počtu osob se sníženou pracovní schopností jsou leckde nedostatky sociálně ekonomické, jindy — a častěji — okolnost, že použití moderních léčebných metod umožňuje zdravotníkům postiženého zachránit, ale nikoliv vrátit do pracovního procesu jako osobu s plnou pracovní schopností. Otázky ekonomické a sociální, spojené se zaměstnáváním osob se sníženou pracovní schopností, nabývají proto závaž-

ných národohospodářských rozměrů; již nyní pracuje u nás v 48 výrobních družstvech invalidů asi 18 500 osob a chráněné dílny pro nejtěžší invalidy zaměstnávají asi 1600 osob. Chráněné dílny se zabývají výrobní činností se značným sortimentem výrobků z různých výrobních odvětví. Práce pro defektní osoby mají být vybírány podle hledisek profesio-graphických, zkoumajících výrobní činnosti z hlediska možnosti zaměstnání osob s různými defekty při určité výrobní činnosti.

Jednou z mnoha takových výrobních činností může být například výroba bižuterie. Při zkoumání naší otázky poměru optimalizace a humanizace výrobního procesu byl s přihlédnutím k důvodům uvedeným na konci předchozího oddílu formulován jednoduchý model, kdy tabulka modelu obsahuje pouze tři druhy výrobků. Ve skutečnosti by tabulka mohla obsahovat rozsáhlý sortiment výrobků bižuterie, kdy matice modelu by mohla zahrnovat desítky výrobků bižuterie vybraných ze zmíněných hledisek profesio-graphických.

Prakticky formulováno jde o to, aby pomocí strukturální analýzy byla vyřešena otázka, zda a do jaké míry je třeba dotovat činnost chráněných dílen z jiných zdrojů národohospodářské bilance.

Model: v určitém okrese pracuje již delší dobu chráněná dílna. Zaměstnává defektní osoby při výrobě bižuterie. Má být z dále uvedených hledisek zkoumána možnost zaměstnání osob s velmi těžkými defekty dolních končetin a slepců. Volba vhodné pracovní činnosti pro takto postižené osoby byla provedena z hledisek profesio-graphických. Pracovníci mají navlékat pomocí speciálních strojů a jehel na nitě šňůry korálů, perel atd. (dále jen korály). Tato zařízení jsou majetkem podniku, který je monopolním odběratelem výrobků chráněné dílny. Korály se liší barvou a tvarem. Rozlišení barevné je jen u části materiálu totožné s rozlišením tvarovým. Korály jsou dodávány dílně neroztříděné, přičemž mezi korály je určité množství s porušeným navrtáním otvorů na provlékání, s vadami ve zbarvení a broušení. Takové korály nemohou ovšem být použity pro výrobu bižuterie, která je hledaným devizovým zbožím s prakticky zajištěným odbytem. Vzhledem k devizové povaze zboží je otázka optimalizace výrobního procesu ekonomicky závažná. Povaha výroby však dává příležitost k humanizaci výrobního procesu, neboť při výrobě může být využito vytříbeného

hmatového smyslu slepců a vycvičené pohyblivosti paží a rukou osob postižených defekty dolních končetin.

Výrobky dílny jsou tedy v podstatě řetězy korálů. „Návleky“ korálů jsou z hlediska dílny jednak jejími finálními výrobky, i když v další výrobě u monopolního odběratele slouží jako polotovary pro výtvarně náročnější výrobky (kabelky, bižuterie vetkávané do tkanin atd.) — jednak jsou „návleky“ výrobě spotřebovávány uvnitř dílny, kdy kombinacemi řetězů vznikají řetězové náhrdelníky (náramky atd.). Jak uvidíme z numerického náplně formulovaného modelu, je výrobní spotřeba ve sledovaném období v poměru ke konečné spotřebě menší, neboť výroba náhrdelníků je omezena vlivem módy v odívání ve sledovaném období, kdy tvar šatstva používání náhrdelníků omezuje. Jsou vyráběny tři druhy výrobků:

I. výrobek:

Návlekiem vzniká řetěz korálů. Barevné rozlišení korálů je totožné s rozlišením tvarovým. Výrobek je zčásti spotřebováván při výrobě dalších výrobků dílny — náhrdelníků, které vznikají v podstatě kombinacemi I. výrobku s řetězy jiných druhů perel.

II. výrobek:

Řetězový náhrdelník zvaný natáhlík, tj. náhrdelník sestávající ze stejně dlouhých šňůr korálů, které nejsou barevně a tvarově shodně rozlišeny. Z tohoto důvodu nemohou slepci při výrobě II. výrobku pracovat, neboť nemohou využít svého náhradního hmatového smyslu.

III. výrobek:

Řetězový náhrdelník zvaný kaskáda, sestávající v podstatě z nestejně dlouhých šňůr korálů, které jsou jen zčásti barevně a tvarově shodně rozlišeny; slepci proto nemohou pracovat při výrobě III. výrobku, který je kombinací I. a II. výrobku.

Kombinace různých „návleků“ tvořících řetězy, z nichž pak vznikají náhrdelníky, náramky atd. mohou být ve skutečnosti mnohem složitější, než jak je uvedeno v modelu formulovaném s přihlédnutím k důvodům uvedeným na konci první části.

Humanizace pracovního procesu v chráněné dílně může být v ekonomickém modelu takto konkrétně formulována:

Podle § 17 vyhl. č. 102/64 Sb. je „plně invalidní pracovník, který pro svůj dlouho-

době nepříznivý zdravotní stav může sice vykonávat soustavné zaměstnání, avšak jen za zcela mimořádných podmínek (např. slepci, osoby s velmi těžkými ortopedickými vadami). "Pracovníci v chráněné dílně, kteří pobírají plný invalidní důchod, jej tedy nemusí ztratit, i když soustavně pracují za zcela mimořádných podmínek, které jsou dány povahou pracovního procesu a ostatními pracovními podmínkami v chráněné dílně. Ostatně jde zpravidla o menší invalidní důchody, takže dosažený výdělek je doplňkovým příjmem zaměstnanců chráněné dílny.

Matematický model nemůže zachytit některé kvantitativně přímo nevyjádřitelné činitele, které přispívají k humanizaci pracovního procesu v chráněné dílně. Například vědomí společenského uplatnění a částečného odpoutání od závislosti na důchodu z veřejných peněz pomáhá překonat pocit méněcennosti. Celkové postižení osobnosti invalidy — defektivita — se tím zmírňuje. Práce v dílně má tedy ještě jiné aspekty než ekonomické. Musí proto být posuzována z celkového hlediska sociologického — sociálního. Moderní pracovní proces nemusí proto mít jen svou funkci dehumanizační, ale může mít i konkrétní humanizační funkci tak, jak obecněji o ní hovoří A. Hegedüs.

Při hromadné výrobě bižuterie v chráněné dílně nemají být proto uplatňovány vůči slepým předpisy o náhradě plně nebo zčásti neopravitelných zmetků ve smyslu pracovních právních předpisů. Tato výhoda nemůže ovšem být ani v chráněné dílně poskytována osobám s ortopedickými vadami dolních končetin, které při práci shora popsané mohou pracovat jako osoby „zdravé“. Tento postup vůči slepým pracujícím v chráněné dílně je také odůvodněn tím, že je používáno i materiálu, který musí být vyřazen. Jednotkové náklady věcné (materiálové, dopravní, odpisy zařízení) jsou zanedbatelné. Výrobní náklady v podstatě tvoří náklady pracovní síly vynaložené na navlékání korálků na šňůry.

Pracovní náklady a objem výroby v měsíci mohou být v průměrných hodnotách považovány za stabilní. Výroba je již delší dobu zavedena. Tato skutečnost je důležitá z hlediska strukturální analýzy. Rovněž pracovní normy jsou stabilizovány. Jde o technicky zdůvodněné normy určené pro zdravé pracovníky. Normy a podle nich zjištěné počty normohodin mohou proto být mírou objemu nákladů výroby. Právě okolnost, že jde o stabilní pracovní normy a že počty normohodin

ve výrobě jsou rovněž stabilizovány, se projeví při pracovním nasazení slepců. Poněvadž po určitou dobu a v určité míře (jak je uvedeno v matematickém modelu) jim budou placeny zmetkové výrobky, výrobní náklady (tj. placené normohodiny) při výrobě I. výrobku stoupnou. Skutečnost, že zvýšený počet normohodin, které bude třeba po určitou dobu při výrobě I. výrobku slepým platit, se může časem měnit, nás upozorňuje, že změny ve výrobních vztazích budou odvislé od nezávisle proměnného činitele — míry zapracovanosti, resp. stupně využití náhradního hmatového smyslu slepců. Konečně velikost podílu placených vadných výrobků slepců nás přivádí k otázce možných mezí hranic vztahů ve výrobě vyvolaných pracovním začleněním slepců. — I za těchto okolností musí ovšem být monopolnímu odběrateli odvedeno sjednané množství dobrých výrobků. Objem z hlediska dílny finální výroby (konečné spotřeby) se proto nemůže změnit.

Strukturální analýza by mohla v našem modelu přinést konkrétnější a přesnější odpověď na otázku vlivu pracovního nasazení slepců:

- a) při výrobě výrobku I. potřebného pro výrobu výrobku II.
- b) při výrobě výrobku I. potřebného při výrobě výrobku III.
- c) při výrobě výrobku I. potřebného při výrobě výrobku II. a III. (kdy by se proto současně měnil počet normohodin ve všech obsažených polích prvního řádku matice modelu).

Slepým by byly při těchto druhých pracovního nasazení ve smyslu zásad humanizace hromadného pracovního procesu po určitou dobu a v určité míře placeny zmetkové výrobky, čímž by ovšem byly ovlivněny výrobní náklady počítané v normohodinách.

Propočít provedeme pouze pro prvou variantu nasazení slepců (tj. pro případ pracovního nasazení slepců při výrobě I. výrobku potřebného pro výrobu II. výrobku). Jde nám především přece o to, abychom ukázali možnost matematického modelování v oblasti sociologie a sociální péče, a o metodu řešení, kterou bychom použili při zpracování větších modelů matic vyšších řádů. Varianty propočtu ukazuje ostatně citovaný *Příspěvek k měření intenzity vztahů ve strukturálních maticích* od V. Strnáda, a studie by proto byla zbytečně rozsáhlá.

3. Matematický model

Tabulka 1.

Matematický model

Druh	Výrobní spotřeba výrobků			Výrobní spotřeba (mezisoučet)	Konečná spotřeba	Výroba celkem (součet)
	I	II	III			
I	0	100	200	300	700	1000
II	0	0	900	900	100	1000
III	0	800	0	800	200	1000
Náklady	0	900	1100	2000	1000	3000

Popis matematického modelu:

1. Prvky na hlavní diagonále jsou nulové, poněvadž povaha výroby nepřipouští spotřebu určitého výrobku při výrobě téhož výrobku. Tzv. „vlastní spotřeba“ v matici modelu proto nevzniká. Na propočtu modelu se tím z hlediska metody řešení nic nemění.

2. Tvar modelu formulovaného ze skutečnosti je zachován a ze shora uvedených důvodů byly numerické hodnoty měsíční výroby upraveny. Úprava je po stránce ekonomické zčásti odůvodněna tím, že v průměrných zaokrouhlených hodnotách měsíční výroby je zachycen vliv zmenšeného pracovního úvazku některých zaměstnanců dílny.

3. Podle zásad uvedených v sociologickém modelu v popisu humanizace hromadného pracovního procesu v chráněné dílně bude v prvním měsíci třeba hradit 10 % zmetků.

4. Poněvadž budeme z důvodů již uvedených zkoumat pouze vliv pracovního nasazení slepců při výrobě I. výrobku potřebného pro výrobu II. výrobku, dojde k změně počtu normohodin o 10 % pouze v druhém poli prvního řádku, kde přitom, že slepcům bude placeno 10 % odvedených normohodin při výrobě zmetkových výrobků, stoupne výrobní spotřeba I. výrobku na II. výrobek měřená v normohodinách ze 100 normohodin na 110 normohodin.

5. Výrobu celkem označíme jako vektor

$$b = \begin{bmatrix} 1000 \\ 1000 \\ 1000 \end{bmatrix}$$

konečnou spotřebu označíme jako vektor

$$a = \begin{bmatrix} 700 \\ 100 \\ 200 \end{bmatrix}$$

výrobní spotřeba na jednotku celkové výroby je dána transformační maticí

$$T = \begin{bmatrix} 0 & 1/10 & 2/10 \\ 0 & 0 & 9/10 \\ 0 & 8/10 & 0 \end{bmatrix}$$

6. Podle vztahů uvedených v poznámkách k algoritmu řešení se budeme zabývat zkoumáním vlivu změněného prvku matice T na prvky matice inverzní T^{-1} a na objem výrobních nákladů vyjádřených rovněž v počtu normohodin, uvedených v poslední řádce matematického modelu.

7. V našem modelu zřejmě platí tyto vztahy:

$$Tb + a = b$$

$$a = b - Tb$$

$$a = b(E - T), \text{ kde } E \text{ je matice jednotková}$$

$$b = (E - T)^{-1}a$$

Matici $(E - T)$ budeme označovat dále H . Úloha bude řešitelná, pokud čtvercová matice bude regulární a bude možno k ní tedy nalézt matici inverzní. O této otázce při řešení našeho modelu pojednáme podrobněji v poznámkách k algoritmu strukturální analýzy matice modelu.

4. Poznámky k algoritmu řešení

Jak jsme již uvedli, ukázalo se po propočtu skutečného modelu a s přihlédnutím k vývodům obsaženým v práci A. S. Householdera: *Principles of Numerical Analysis* (str. 79), že algoritmus řešení navržený v článku V. Strnada: *Příspěvek k problému měření intenzity vztahů ve strukturálních maticích* je třeba upravit a zpřesnit. Úpravu a zpřesnění algoritmu uvádíme jen pokud je to účelné pro náš mo-

del. Rovněž — kromě zásadních kroků úvahy — upouštíme od důkazů tvrzení a definic, abychom studii zbytečně nerozšiřovali.

Uvedený postup pro změnu prvků inverzní matice T^{-1} na základě změny prvku matice T je zvláštní případ postupu uváděného Householderem, kde se „zkoumá, jak ke známé matici inverzní A^{-1} je možno nalézt inverzní matici k matici A' , která se liší od matice A jenom v jediném prvku nebo více řádcích a sloupcích . . .“ — může být dokázán tento vztah:

$$1. (A + USV^T)^{-1} = A^{-1} - A^{-1}US(S + SV^T A^{-1}US)^{-1} \cdot SV^T \cdot A^{-1}$$

za předpokladu, že naznačená inverze je možná a rozměry matic a vektorů odpovídají. Při tom A a S jsou čtvercové matice, U a V obdélníkové. Ve zvláštním případě, jestliže U a V jsou sloupcové vektory u a v , a jestliže skalár $S = 1$, pak platí

$$2. (A + uv^T)^{-1} = A^{-1} - (A^{-1}u) \cdot (v^T A^{-1}) \cdot (1 - v^T A^{-1}u)^{-1},$$

jestliže $u = e_i$, potom i -tá řádka uv^T je v^T , a každá jiná řádka je rovna 0;

jestliže $v = e_j$, potom j -tý sloupec uv^T je u , a každý jiný sloupec je nulový;

jestliže $u = s e_i$, kde s je nějaký skalár, a $v = e_j$, potom prvek v v i -tém řádku a v v j -tém sloupci uv^T je s , a každý jiný prvek je roven 0. Konečně $v^T A^{-1} \cdot u$ je $s(a)_{ij}^{-1}$, kde $(a)_{ij}^{-1}$ je označený prvek matice A^{-1} . Potom docházíme k zajímavému závěrečnému výsledku, že matice $A + uv^T$ se stává singulární, jestliže $s = -1(a)_{ij}^{-1}$.

Volíme-li $u = \Delta t_{ij} e_i$ a $v = e_j$, kde Δt_{ij} značí změnu jednoho prvku matice T o Δt_{ij} , pak platí vztah:

$$(A + t_{ij} e_i e_j) = A^{-1} - (A^{-1} \Delta t_{ij} e_i) \cdot (e_j^T A^{-1}) \cdot (1 + \Delta t_{ij} e_j^T A^{-1} e_i)^{-1},$$

kde vektory e jsou vektory čtvercové (permutační matice) E_{ij} , jejíž i, j -tý prvek je roven jedné, ostatní jsou nuly. Potom lze dokázat, že kroky algoritmu navrženého v *Příspěvku k problému měření intenzity vztahů ve strukturálních maticích*, které mají význam při propočtu našeho modelu, je třeba upravit a zpřesnit takto:

1. Postup pro promítání změny prvku matice T do prvků inverzní matice T^{-1} je možno provést podle vztahu:

$$(T + \Delta t_{ij} E_{ij})^{-1} = T^{-1} - \frac{\Delta t_{ij}}{1 + \Delta t_{ij} (t_{ij})^{-1}} \cdot$$

$$\begin{bmatrix} t_{11}^{-1} \\ t_{21}^{-1} \\ \vdots \\ t_{n1}^{-1} \end{bmatrix} (t_{j1}^{-1}, t_{j2}^{-1}, \dots, t_{jn}^{-1})$$

2. Vliv změny prvku matice T na prvky matice T^{-1} může být charakterizován nezávisle proměnným parametrem ε . Vliv změny prvku matice T v závislosti na ε na prvky matice T^{-1} dostaneme ze vztahu:

$$\frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon t_{ij}^{-1}} \cdot \begin{bmatrix} t_{11}^{-1} \cdot t_{j1}^{-1}, t_{11}^{-1} \cdot t_{j2}^{-1}, t_{11}^{-1} \cdot t_{j3}^{-1}, \dots, t_{11}^{-1} \cdot t_{jn}^{-1} \\ t_{21}^{-1} \cdot t_{j1}^{-1}, t_{21}^{-1} \cdot t_{j2}^{-1}, t_{21}^{-1} \cdot t_{j3}^{-1}, \dots, t_{21}^{-1} \cdot t_{jn}^{-1} \\ \vdots \\ t_{n1}^{-1} \cdot t_{j1}^{-1}, t_{n1}^{-1} \cdot t_{j2}^{-1}, t_{n1}^{-1} \cdot t_{j3}^{-1}, \dots, t_{n1}^{-1} \cdot t_{jn}^{-1} \end{bmatrix}$$

3. Postup pro stanovení možných mezi změn v matici H^{-1} na základě změn prvků dané matice T uváděný v citovaném *Příspěvku k měření intenzity vztahů ve strukturálních maticích* je třeba rovněž upravit ve smyslu vztahu uvedeného ad 2., přičemž je třeba uvážit, že po úpravě proti původnímu propočtu dostáváme hodnoty, které v grafickém znázornění jsou dány grafem inverzním ke grafu 1, který byl uveden v původně navrženém algoritmu v uvedené práci. Postup je uveden v propočtu modelu.

4. Obdobně by bylo třeba upravit a zpřesnit ostatní kroky původně navrženého algoritmu. Úpravy kroků, kterých v propočtu modelu nepoužíváme, rovněž neuvádíme, abychom zbytečně nezvětšovali rozsah statí.

5. Propočet modelu

$$\begin{bmatrix} 0 & 1/10 & 2/10 \\ 0 & 0 & 9/10 \\ 0 & 0 & 8/10 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & -1/10 & -2/20 \\ 0 & 1 & -9/10 \\ 0 & -8/10 & 1 \end{bmatrix}$$

matice k ní inverzní

$$\begin{bmatrix} 1 & 65/70 & 725/700 \\ 0 & 25/7 & 225/70 \\ 0 & 20/7 & 27/7 \end{bmatrix}$$

O správnosti inverze se můžeme přesvědčit dosazením do vztahu $b = H^{-1} \cdot a$,

$$\begin{bmatrix} 1000 \\ 1000 \\ 1000 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 65/70 & 725/700 \\ 0 & 25/7 & 225/70 \\ 0 & 20/7 & 27/7 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 700 \\ 100 \\ 200 \end{bmatrix}$$

V matici T dojde podle údajů uvedených v ekonomickém a matematickém modelu ke změně ukazatele výrobní spotřeby výrobku I. na výrobek II. Poněvadž počet normohodin na výrobu výrobku I. pro výrobu výrobku II. stoupne ze 100 n/h na 110 n/h, změní se koeficient t_{12} o 10/1000, tj. o 1/100. Podle vztahu uvedeného v poznámkách k algoritmu řešení dostáváme

$$H_{12}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & -11/100 & -2/10 \\ 0 & 1 & -9/10 \\ 0 & -8/10 & 1 \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 65/70 & 725/700 \\ 0 & 25/7 & 225/70 \\ 0 & 20/7 & 25/7 \end{bmatrix}$$

$$- \frac{-1/100}{1 + (-1/100) \cdot 0} \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [0, 25/7, 225/70]$$

kde:

$$t_{11}^{-1} = 1, \quad t_{12}^{-1} = 65/70, \quad t_{13}^{-1} = 725/700$$

$$t_{21}^{-1} = 0, \quad t_{22}^{-1} = 25/7, \quad t_{23}^{-1} = 225/70$$

$$t_{31}^{-1} = 0, \quad t_{32}^{-1} = 20/7, \quad t_{33}^{-1} = 25/7$$

$$H_{12}^{-1} = \begin{bmatrix} 1 & 65/70 & 725/700 \\ 0 & 25/7 & 225/70 \\ 0 & 20/7 & 25/7 \end{bmatrix} -$$

$$- \left(-\frac{1}{100} \right) \cdot \begin{bmatrix} 0 & 25/7 & 225/70 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 65/70 & 725/700 & 0 & 25/700 & 225/7000 \\ 0 & 25/7 & 225/70 & + & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 20/7 & 25/7 & & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$= \begin{bmatrix} 1 & 675/700 & 7475/7000 \\ 0 & 25/7 & 225/70 \\ 0 & 20/7 & 25/7 \end{bmatrix}$$

Inverze matice H_{12}^{-1} na podkladě již známé inverzní matice H^{-1} byla provedena podle vývodů Householderových a algoritmu navrženého v *Příspěvku pro měření intenzity vztahů ve strukturálních maticích* s tím, že úprava základního vzorce původně navrženého v algoritmu obsaženém v této práci spočívá v podstatě v záměně pořadí indexů t_{ij} , tak jak je uvedeno v poznámkách k algoritmu řešení.

Navržená metoda inverze velkých matic je jistě jen jednou z možných metod inverze, podle našeho názoru však zvláště vhodnou ve strukturální analýze, jestliže dochází pouze ke změně jednoho prvku nebo ve více řádcích nebo sloupcích. Metoda by byla zvláště vhodná při propočtu našeho modelu, kdyby matice byla vyššího řádu.

Kontrolu propočtu inverze matice, který byl proveden podle vztahu ad 1 (uvedeného v poznámkách k algoritmu řešení, jestliže se změnil pouze jediný prvek v matici T), lze provést propočtem inverze jiným způsobem. Propočet uvádíme jako ekonomický postup propočtu matic vyššího řádu, neboť, jak jsme již uvedli, jde nám především o metodiku řešení pro případ matice vyššího řádu rozsáhlejšího modelu než je náš model, představující pouze jednu dílnu z celkového počtu chráněných dílen.

Změny prvků matice H^{-1} na základě změny prvku t_{12} matice T propočítáme podle vztahu uvedeného ad 2. v poznámkách k algoritmu řešení:

$$H_{12}^{-1} - H^{-1} = - \frac{-1/100}{1 + (-1/100) \cdot 0} \cdot \begin{bmatrix} 1 \cdot 0, & 1 \cdot 25/7, & 1 \cdot 225/70 \\ 0 \cdot 0, & 0 \cdot 25/7, & 0 \cdot 225/70 \\ 0 \cdot 0, & 0 \cdot 25/7, & 0 \cdot 225/70 \end{bmatrix}$$

$$H_{12}^{-1} - H^{-1} = \begin{bmatrix} 0 & 25/700 & 225/7000 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

Změnu vektoru celkové výroby v důsledku změny prvku t_{12} matice T dostaneme ze vztahu:

$$\Delta b_{12} = \begin{bmatrix} 0 & 25/700 & 225/7000 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 700 \\ 100 \\ 200 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 10 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

Při propočtu změny vektoru celkové výroby v důsledku změny prvku t_{12} matice T musíme však při interpretaci numerického výsledku uvážit okolnosti uvedené v ekonomickém modelu, jak se o tom zmíníme v diskusi výsledků uvedených v závěrečné tabulce.

Stanovení možných mezí změn v inverzní matici H^{-1} na základě změny prvku dané matice T (v našem případě t_{12}) je možno provést podle poznámek k algoritmu řešení uvedených ad 3. podle vzorce:

$$- \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon t_{21}^{-1}} \begin{bmatrix} 1 \cdot 0, & 1 \cdot 25/7, & 1 \cdot 225/70 \\ 0 \cdot 0, & 0 \cdot 25/7, & 0 \cdot 225/70 \\ 0 \cdot 0, & 0 \cdot 25/7, & 0 \cdot 225/70 \end{bmatrix}$$

pro $t_{21}^{-1} = 0$ dostáváme vztah:

$$- \frac{\varepsilon}{1 + \varepsilon \cdot 0} \begin{bmatrix} 0 & 25/7 & 225/70 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

a pro $\varepsilon = -1/100$ dostáváme výsledek, vyjádřený maticí možných mezí změn

$$\begin{bmatrix} 0 & 25/700 & 225/7000 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

6. Tabulky

Tabulka 2.

Změny prvků matice inverzní H^{-1} při změně prvku t_{12} matice T

Druh změny $h_{12} - 1/100$	Změny, prvků									Změny vektoru b		
	h_{11}^{-1}	h_{12}^{-1}	h_{13}^{-1}	h_{21}^{-1}	h_{22}^{-1}	h_{23}^{-1}	h_{31}^{-1}	h_{32}^{-1}	h_{33}^{-1}	b_1	b_2	b_3
původní prvek	0	25/700	225/7000	0	0	0	0	0	0	10	0	0
	0	65/70	725/700	0	0	0	0	0	0			
v % k původnímu prvku	0	3,8	3,1	0	0	0	0	0	0			

Tabulka 3.

Změna zadaného modelu

Druh výrobku	Výrobní spotřeba výrobků			Výrobní spotřeba (mezisoučet)	Konečná spotřeba	Celková výroba
	I	II	III			
I	0	103,8	206,2	310	700	1010
II	0	0	900	900	100	1000
III	0	800	0	800	200	1000
Náklady	0	903,8	1106,2	2010	1000	3010

7. Závěry

Závěrem je třeba provést diskusi výsledků obsažených v závěrečných tabulkách. Změnu zadaného modelu lze z hlediska sociologického interpretovat takto: slepci byli pracovníě nasazeni pouze při výrobě I. výrobku. Poněvadž jsou jim placeny po určitou dobu zmetky, došlo ke změně prvku t_{12} transformační matice T o 1/10. Tato změna matice T vyvolala změnu prvků matice komplexních koeficientů výrobních, zachycených v matici H^{-1} . Prvek matice H^{-1} , h_{12}^{-1} se zvýšil o 25/700 a prvek h_{13}^{-1} se zvýšil o 225/7000. V procentech k původnímu prvku se prvek h_{12}^{-1} zvýšil o 3,8 % a prvek h_{13}^{-1} o 3,1 %. Počet normohodin vynaložených na výrobu výrobku I, který se spotřebovává při výrobě výrobku II, činil podle původně zadaného modelu 100 n/h. Výrobní spotřeba výrobku I na výrobek II stoupla proto na 103,8 n/h, jak je uvedeno v tabulce 3. Počet normohodin vynaložených na výrobu výrobku I, který se spotřebovává při výrobě výrobku III, činil podle původně zadaného modelu 200 n/h. Výrobní spotřeba

výrobku I na výrobu výrobku III stoupla o 3,1 % ze 200 n/h, tj. na 206,2 n/h, jak je uvedeno v tabulce 3. Výrobní spotřeba výrobku I se celkem zvýšila ze 300 n/h podle původně zadaného modelu na 310 n/h, jak je rovněž uvedeno v tabulce 3. Náklady výroby stouply z 2000 n/h na 2010 n/h, tedy o 10 n/h, které představují objem zmetků placených slepčům po dobu jejich zapracování. Jiné změny v původně zadaném modelu nenastaly z těchto důvodů:

Objem konečné spotřeby se proti původně zadanému modelu nemění. Vektor konečné spotřeby, tj. dodávek výrobků mimo dílnu, kdy sjednané dodávky podle podmínek uvedených v ekonomickém modelu musely být s ohledem na devizovou povahu zboží v každém případě splněny, se nezměnil, a změna prvku t_{12} se proto mohla projevit pouze ve výrobní spotřebě a v nákladech. Zvýšení celkové výroby výrobku I podle původně zadaného modelu 1000 n/h na 1010 n/h je totiž pouze numerické. Z hlediska ekonomického, zejména při devizové povaze vývozního zboží, nemohou být zmetky počítány do

zvětšení objemu výroby. Konečně změna prvku t_{12} se nemohla projevit také ve změně výrobní spotřeby výrobků při samotné výrobě těchto výrobků (například při spotřebě výrobku I při výrobě výrobku I), neboť vlastní výrobní spotřeba při výrobě bižuterie není a proto jsou prvky ležící na hlavní diagonále transformační matice rovny 0.

K otázce poměru humanizace a optimalizace výrobního procesu lze závěrem ve světle propočtu matematického modelu chráněné dílny zaměstnávající osoby se změněnou pracovní schopností proto říci:

Na jedné straně stojí humanizace pracovního procesu jako sociologický jev, který nemůže být vykládán a posuzován pouze z hlediska ekonomického poměru vynaložených nákladů a výnosů. Humanizační funkce pracovního procesu v chráněné dílně spočívá v pracovní rehabilitační funkci dílny, kdy práce vhodně volená z hlediska profesiografického může mít příznivý vliv na zdravotní stav defektních osob. Pracovní činnost v dílně přináší také hodnoty etické, neboť „napomáhá rozvoji osobnosti, lidských schopností, dovedností, rozvíjení tvůrčí energie jednotlivých vrstev společnosti“, na což A. Hegedüs upozorňuje v uvedeném článku (str. 393). Tyto činitele nedovedeme kvantitativně vyjádřit a matematicky je proto nelze modelovat. Nemohou však být opomíjeny při řešení poměru humanizace a optimalizace pracovního procesu a jeho řízení — nehledě k tomu, že pracovní začlenění přináší osobám se změněnou pracovní schopností existenční zlepšení. Chráněná dílna, která je především zařízením sociálním, se snaží za daných podmínek o pokud možno optimální výsledek ekonomický.

Na druhé straně stojí tedy optimální ekonomický výsledek, který je humanizací pracovního procesu nepříznivě ovlivněn, neboť

přestože se objem celkové výroby ve skutečnosti nezměnil, zvýšily se vynaložené náklady o 10 n/h.

Strukturální analýza však umožňuje posoudit poměr humanizace a optimalizace pracovního procesu odděleně pouze z hlediska ekonomického, podle jednotlivých výrobků. Umožňuje nákladovou kalkulaci podle jednotlivých výrobků a proto přispívá k přesnější organizaci pracovního procesu zejména z hlediska rozhodnutí, při výrobě kterých výrobků mohou být pracovní nasazeny defektní osoby, při výrobě kterých výrobků mají být nasazeny osoby zdravé nebo osoby zapracované již natolik, že spotřeba normohodin proti původně zadanému modelu bude nižší. Pomocí upraveného algoritmu mohou být propočítány změny i v rozsáhlejších maticích. Pomocí algoritmu lze také propočítat vliv změny prvků transformační matice, tj. vliv změny spotřeby normohodin u jednotlivých výrobků odděleně. Lze však také stanovit intenzitu působení současné změny několika prvků transformační matice, tj. lze propočítat vliv současné změny spotřeby normohodin při výrobě několika prvků. — Postup je rovněž uveden ve zmíněném příspěvku V. Strnada.

Navržený algoritmus usnadňuje inverzi matic tak, že při změně jednoho nebo několika prvků není třeba znovu invertovat matici podle známých metod, což má praktický význam zejména při řešení propočtu modelu několika dílen, kdy rozsáhlejší matice se mění nasazením defektních osob při výrobě jen jednoho nebo několika výrobků, kde takové osoby dosud nepracovaly nebo pracovaly za jiných podmínek. Metoda řešení matematického stanovení poměru mezi humanizací a optimalizací pracovního procesu z hlediska ekonomického by se nezměnila, a právě o ni se nám v našem případě jednalo.